

Zadanie. Obliczyć całkę

$$\int \frac{1 + \ln x}{\sqrt{2} + x \ln x} dx.$$

Rozwiązanie. Dokonując podstawienia $\sqrt{2} + x \ln x = t$ i różniczkując obustronnie (wykorzystując wzór na pochodną iloczynu) otrzymamy

$$\left(1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}\right) dx = dt,$$

a więc

$$(1 + \ln x) dx = dt.$$

Podstawiając do obliczanej całki – zamiana zmiennej całkowania – mamy

$$\int \frac{1 + \ln x}{\sqrt{2} + x \ln x} dx = \int \frac{1}{t} dt.$$

Otrzymaną całkę obliczymy bezpośrednio ze wzoru, czyli

$$\int \frac{1}{t} dt = \ln |t| + c.$$

Wracając do zmiennej x ostatecznie otrzymamy

$$\int \frac{1 + \ln x}{\sqrt{2} + x \ln x} dx = \ln |\sqrt{2} + x \ln x| + c.$$